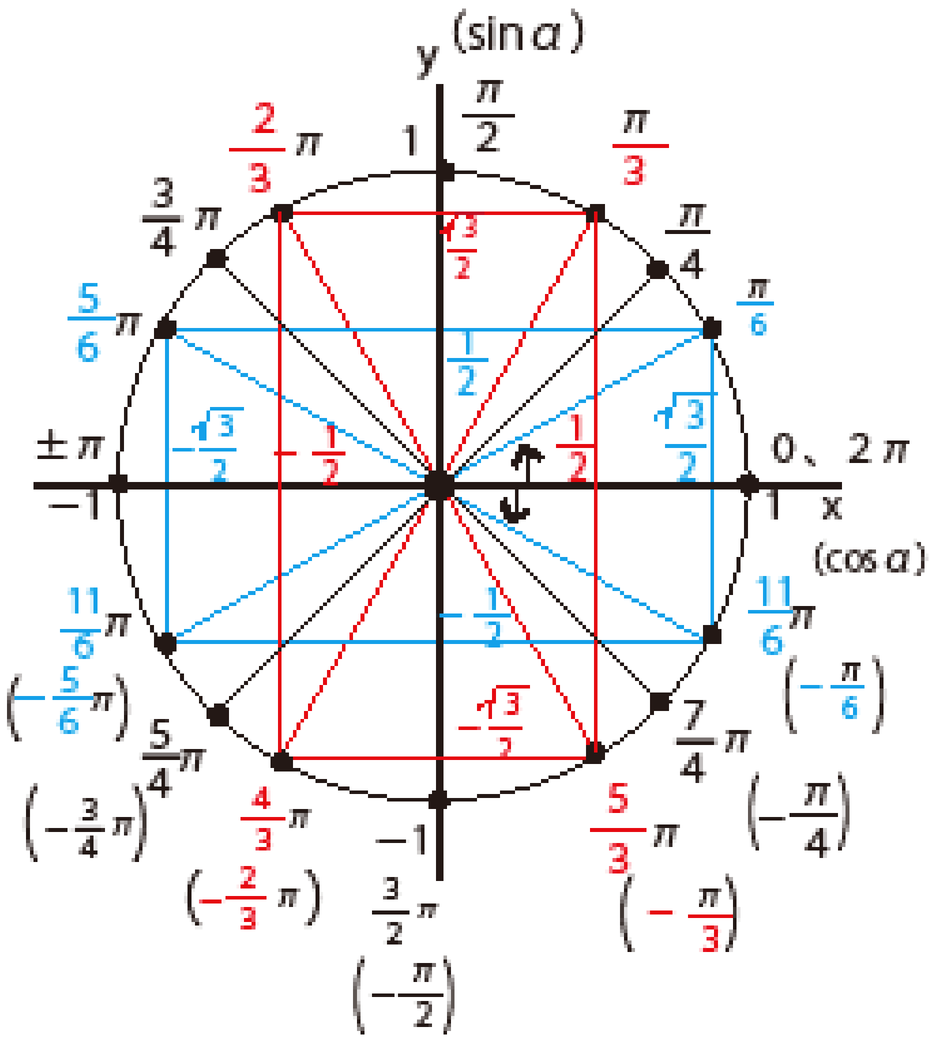
三角関数の公式などをテストの時、的確・正確・迅速に使えるようになるためのヒント（入門編）



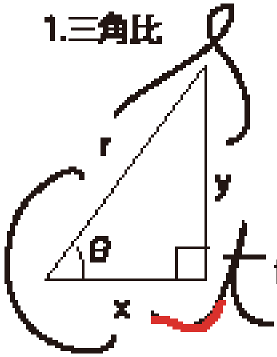
本書は入門編です。
思考的な問題まで対処
する内容ではありません。
そのことは学校
（塾や予備校に通うことが
できている方はそちら）
で学んでください。

2017年4月27日（木）

朝倉幹晴（予備校講師・船橋市議）

図Ⅱ-24

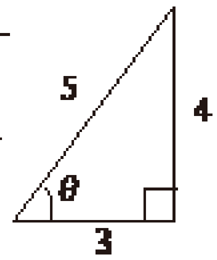
1.三角比



$\cos\theta = \frac{x}{r}$

$\sin\theta = \frac{y}{r}$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

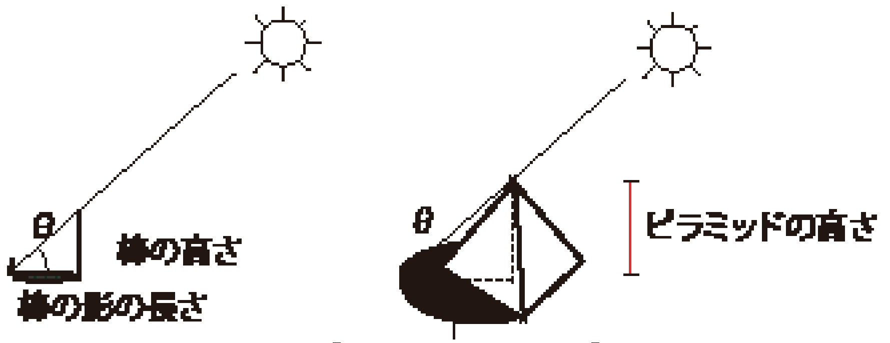


$\cos\theta = \frac{3}{5}$

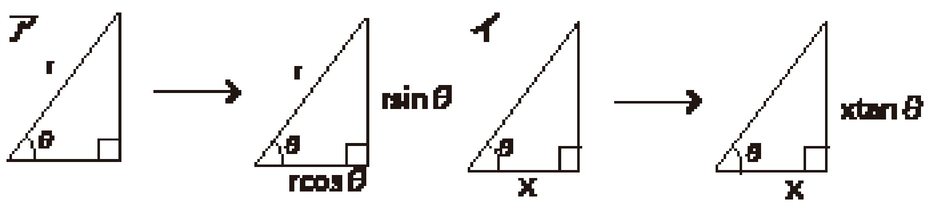
$\sin\theta = \frac{4}{5}$

$\tan\theta = \frac{4}{3}$

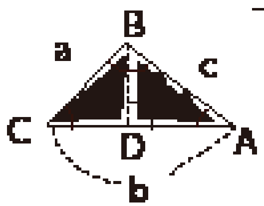
2.三角比の実用



3.直角1辺の長さと角がわかると他辺は三角比で示すことができる。



4.sinをもちいた面積の公式



三角形の面積

$= \frac{1}{2} \times$ 底辺 $\times$ 高さ

$= \frac{1}{2} b \times BD$

(△CBDで考えると BD=asinCなので)

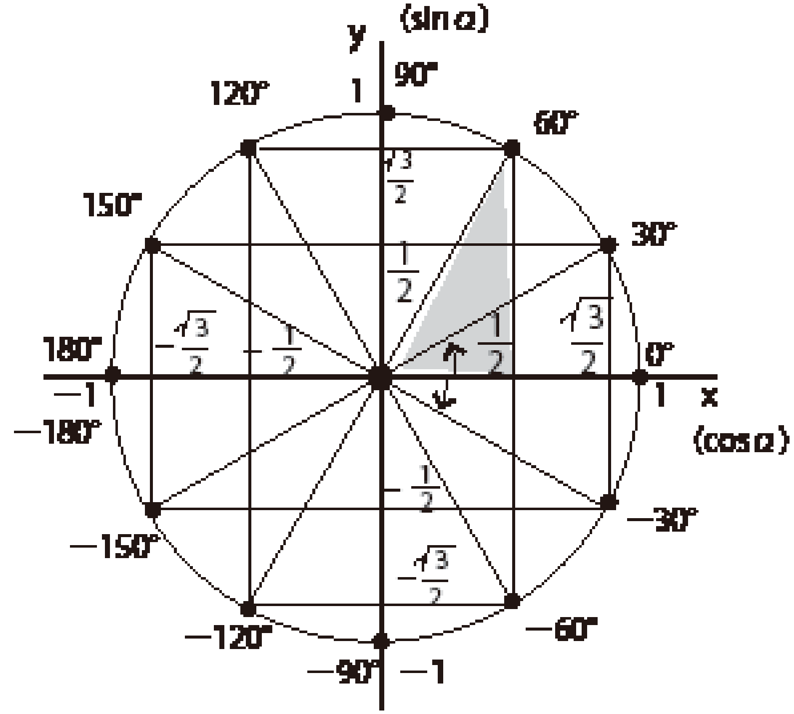
$= \frac{1}{2} ab\sin C$

(△ABDで考えると BD=csinAなので)

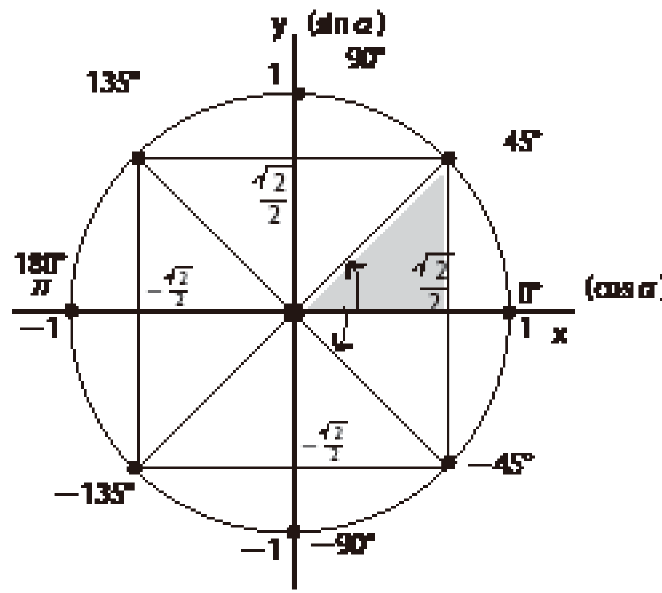
$= \frac{1}{2} bc\sin A$

図Ⅱ-26

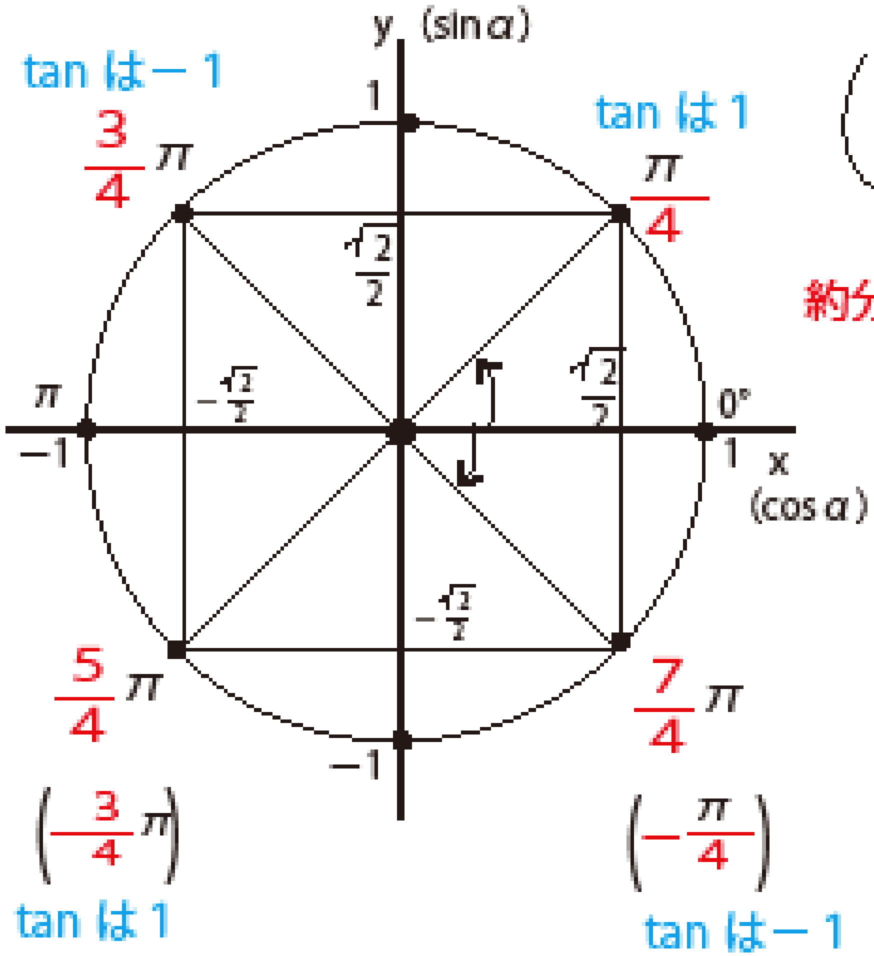
1.30°の倍数のcosα.sinαの値



2.45°の倍数のcosα.sinαの値



$\frac{1}{4}\pi$（45°）の倍数のcos α .sin α .tan αの値　$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

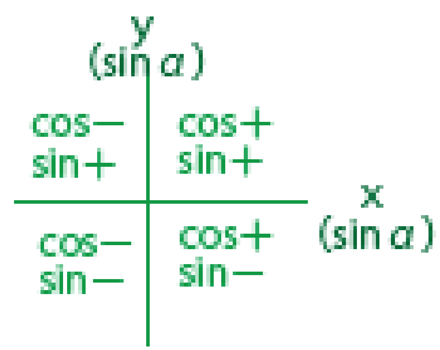


（x軸・y軸と重なる0、π、$\pm\frac{1}{2}\pi$、$\frac{3}{2}\pi$、を除外して考えると）

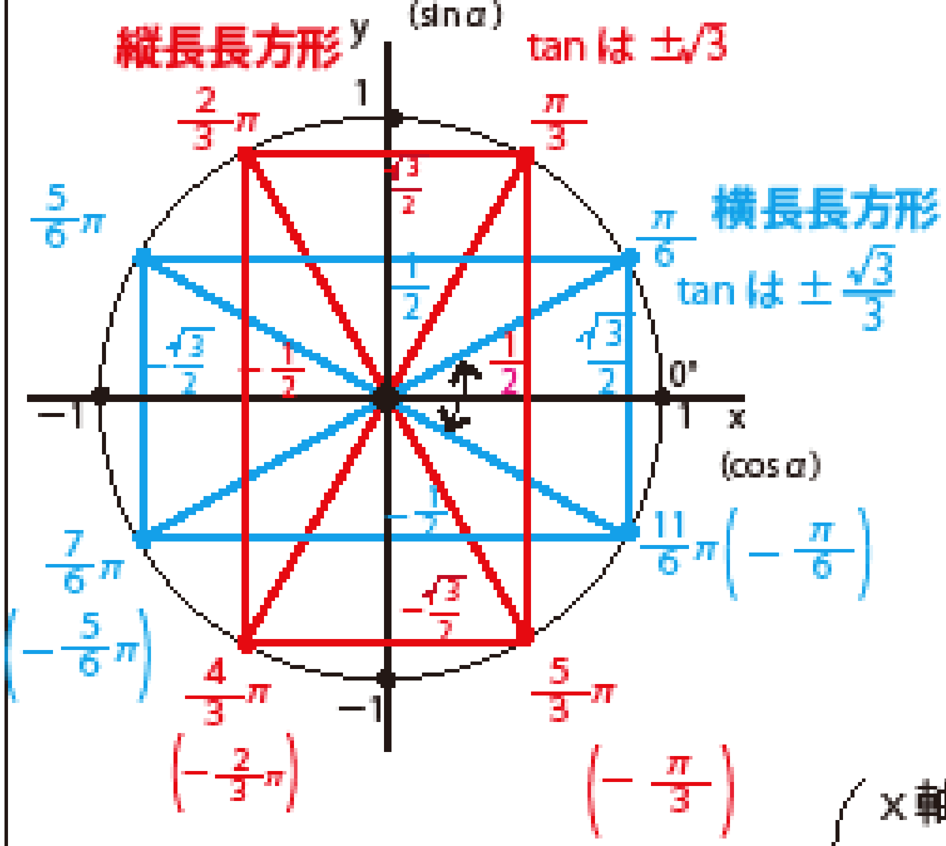
約分できない $\pm\frac{●}{4}\pi$ は

$\left(\pm\frac{1}{4}\quad\pm\frac{3}{4}\quad\frac{5}{4}\quad\frac{7}{4}\right)$

必ず数値部分は cos α も sin α も $\frac{\sqrt{2}}{2}$ （tan は 1）なので ± さえ考えればよい。



$\frac{1}{6}\pi$ (30°) の倍数の $\cos\alpha.\sin\alpha$ の値



$\pm\frac{1}{2}$ か $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ の 4 つのいずれかになる。

＋か－かは左記のように
座標内の象限の位置を
理解すればよいが

	y (sin α)	
cos－ sin＋ (tan－)		cos＋ sin＋ (tan+)
cos－ sin－ (tan＋)		cos＋ sin－ (tan－)

x (sin α)

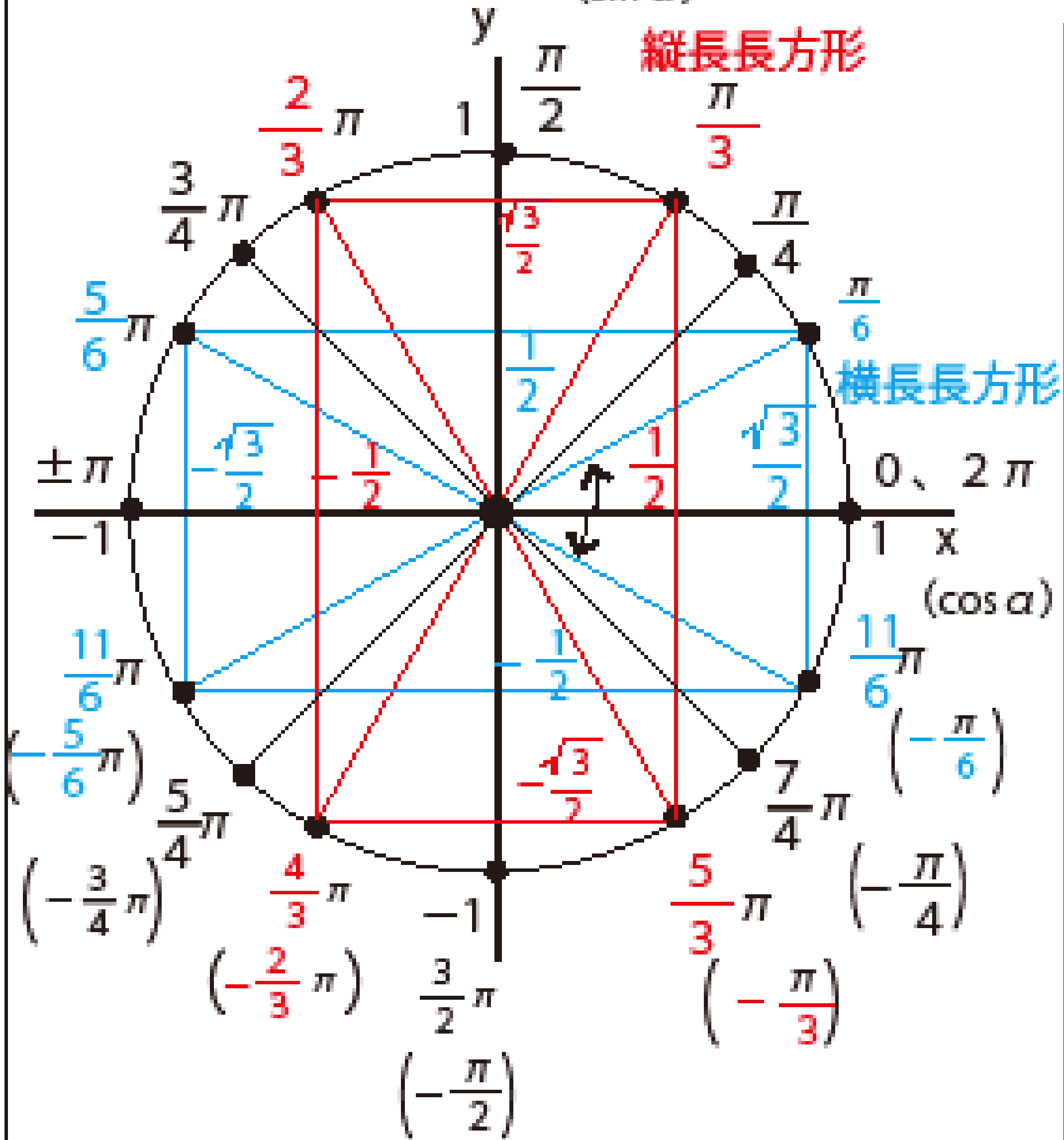
$\frac{1}{2}$ か $\frac{\sqrt{3}}{2}$ で常に迷ったり
考えるのに時間を要したり
逆に考えて間違えたりするのはもったいない。
そこで、まず図のイメージ
「横長長方形（の対角線）」と
「縦長長方形（の対角線）」
のイメージをしっかり持つ。

（x 軸や y 軸と重なる値 $\pm\frac{\pi}{2}$・$\frac{3}{2}\pi$ や 0、$\pm\pi$ は、
となるのでこの図では除外した上で考えると）

約分できない $\frac{\bullet}{3}\pi$ では縦長となり sin（縦、y 軸方向）が $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ （長）、cos が $\frac{1}{2}$（短）となる。
$\left(\pm\frac{1}{3}\quad\pm\frac{2}{3}\quad\frac{4}{3}\quad\frac{5}{3}\right)$

約分できない $\frac{\bullet}{6}\pi$ では横長となり cos（横、x 軸方向）が $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$（長）、sin が $\frac{1}{2}$（短）となる。
$\left(\pm\frac{1}{6}\quad\pm\frac{5}{6}\quad\frac{7}{6}\quad\frac{11}{6}\right)$

πの係数と sin、cos、tan



有名角の係数と cos、sin、tan の関係

①0、偶数

cos は1、sin は0、tan は0

②奇数（±1）

cos は−1、sin は0、tan は0

③$\frac{●}{2}$

cos は0、sin は±1、tan はなし

④$\frac{●}{3}$

cos は$\pm\frac{1}{2}$、sin は$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

tan は$\pm\sqrt{3}$

⑤$\frac{●}{4}$

cos も sin も$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$　tan は±1

⑥$\frac{●}{6}$

cos は$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$、sin は$\pm\frac{1}{2}$

tan は$\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

③④⑤⑥は完全に約分しきったうえでの分母

特に数値を悩みやすい $\frac{●}{6}\pi$、$\frac{●}{3}\pi$ 系の cos、sin、tan の試験の時の迅速な把握の方法

	横長 長方形 $\frac{●}{6}\pi$	縦長 長方形 $\frac{●}{3}\pi$
sin	$\pm\frac{1}{2}$	$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\pm\frac{1}{2}$
tan	$\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$	$\pm\sqrt{3}$

tan は出題頻度が少ないので、最後の 1 列を無視して sin、cos の表だけでもよい場合も多いし、少なくとも、簡単な発想整理の時は、tan は脇において考える。

sin、cos においては対角線（---）に同じ数値が出てくることが確認できる。これは sin、cos が相互に裏返しのような関係であり、横長長方形と縦長長方形は縦・横を交換した関係であることを考えれば理解できる。

また ± が象限によっていろいろありうること、両者とも $\frac{}{2}$ は共通で、相違点は分子が 1 か $\sqrt{3}$ かのみ。

	$\frac{}{6}$	$\frac{}{3}$
s	1	3
c	3	1
t	$\frac{1}{3}$	3

その相違点を強調し、√ 表記も省略し、sin、cos も s、c と略して上列から s、c の順に表記する。また、t は $\frac{s}{c}$ で上列（s）を下列（c）で割ったと理解すれば t の列もすぐに書くことができる。

この表は約 10 秒で書ける。試験の時、三角関数の問題が出た瞬間に余白にこの表を書いておくと、いちいち悩まずに
（あるいはいちいち余白にその都度単位円の図を書かずに）
± さえ気を付ければ、また実際には √ がついている場所に √ をつけることを忘れなければ、迅速に数値が出せる。

この表は、図の緑部分、上列が s、右列が $\frac{}{6}$ 値が 1 とだけ知っておけば、対角線は同じで、sc は 1 以外は 3、t は $\frac{s}{c}$ と考えれば、すぐに組み立て可能。

三角関数の角の転換「公式」

（$2n\pi$、π、$\frac{\pi}{2}$ を（から）加減した角の三角関数を求める公式）

教科書では、$\alpha+2n\pi$、$\alpha+\pi$、$\alpha+\frac{\pi}{2}$ 、$\pi-\alpha$、$\frac{\pi}{2}-\alpha$、$-\alpha$ の 6 系列の角が

公式として扱われている。$\alpha+2n\pi$ は動径の回転の考え方から α と同じになることは明らかなので、実質は 5 系列であるが、5 系列に関して、cos、sin、tan があるので $5\times3=15$ 公式にもなる。

授業で 1 回図を書いて説明されれば、その時は 1 回は理解はできる。しかし 15 公式を、実際のテストの時に「素早く」かつ「混同せず間違えず」に利用することは困難である。特に $\pi+\alpha$ と $\pi-\alpha$、$\frac{\pi}{2}-\alpha$ と $\alpha+\frac{\pi}{2}$ は混同しやすい。

また、cos＝横方向（x 軸方向）、sin＝縦方向（y 軸方向）のイメージが比較的に頭の中で把握できる人でも tan に関しては一瞬戸惑い、結局 $\frac{\sin}{\cos}$ に入れて考えなおすのに時間を要してしまう。

よって、5系列から $\pi-\alpha$、$\alpha+\frac{\pi}{2}$ を除外し、$-\alpha$、$\alpha+\pi$、$\frac{\pi}{2}-\alpha$ の 3 系列のみを利用しおさえることをお勧めする。3 系列 ×3 でわずか 9 公式のみになり間違えにくい。
別図に示したようにこの 3 系列は図形的にすぐにイメージしやすく、tan も把握しやすい。

$\pi-\alpha$、$\alpha+\frac{\pi}{2}$ については次の 2 段階で処理する。

$$\pi-\alpha=\pi+(-\alpha)\xrightarrow{\alpha+\pi\text{の転換公式}}(-\alpha)\xrightarrow{-\alpha\text{の転換公式}}\alpha$$

$$\alpha+\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}-(-\alpha)\xrightarrow{\frac{\pi}{2}-\alpha\text{の転換公式}}(-\alpha)\xrightarrow{-\alpha\text{の転換公式}}\alpha$$

$-\alpha$ の転換公式は簡単なので計算は楽

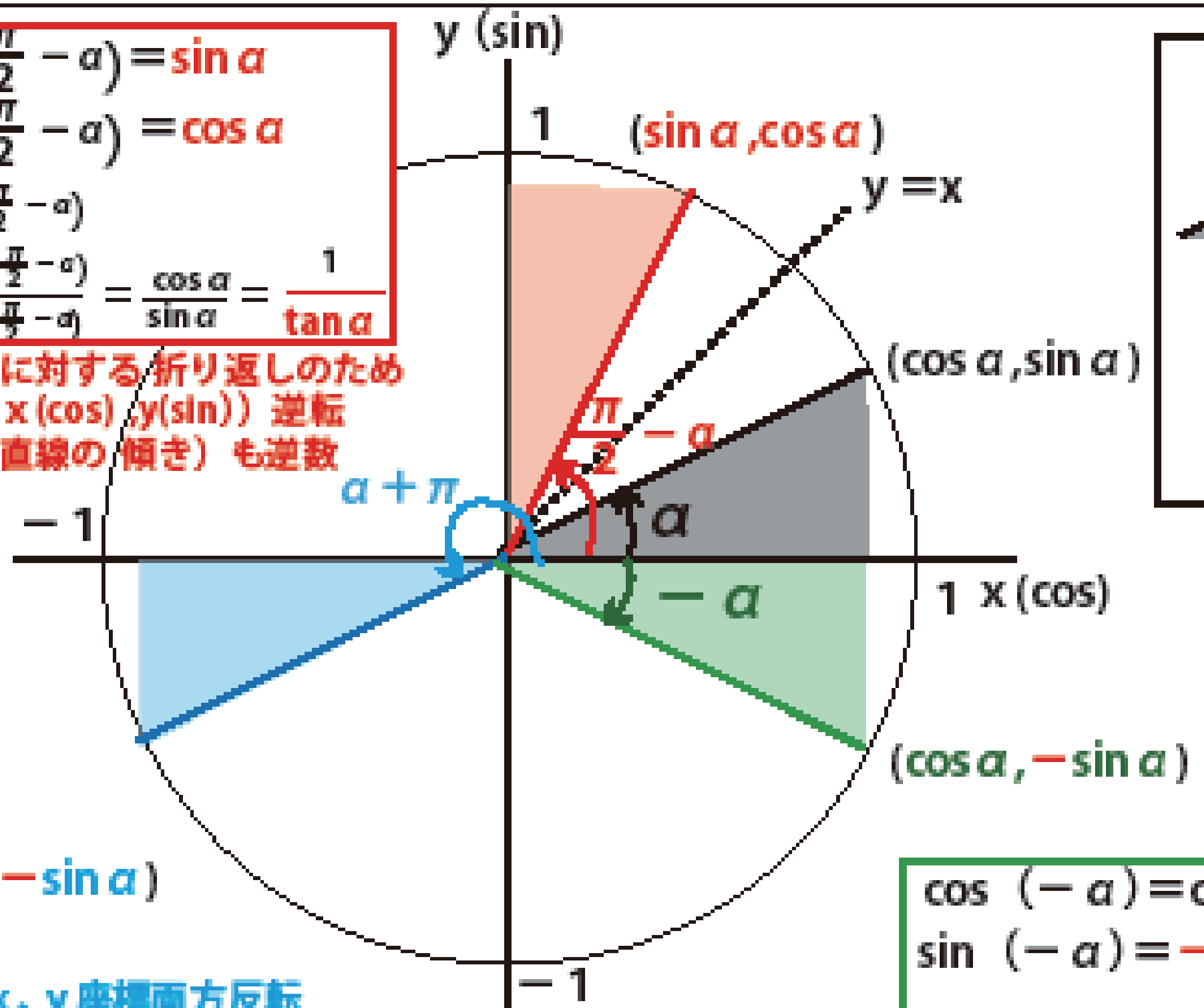
$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$

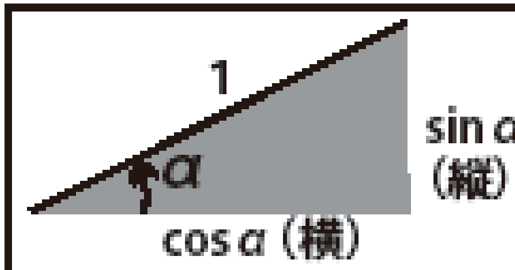
$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

$\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$

$=\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{1}{\tan\alpha}$

y＝xに対する折り返しのため
横縦（x(cos),y(sin)）逆転
tan（直線の傾き）も逆数





$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

（直線の傾き）

y 座標のみ反転

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$

$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$

$\tan(-\alpha)=\frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)}=-\tan\alpha$

（tan（直線の傾き）は反転して−）

x、y 座標両方反転

$\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$

$\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$

$\tan(\alpha+\pi)=\frac{\sin(\alpha+\pi)}{\cos(\alpha+\pi)}=\tan\alpha$

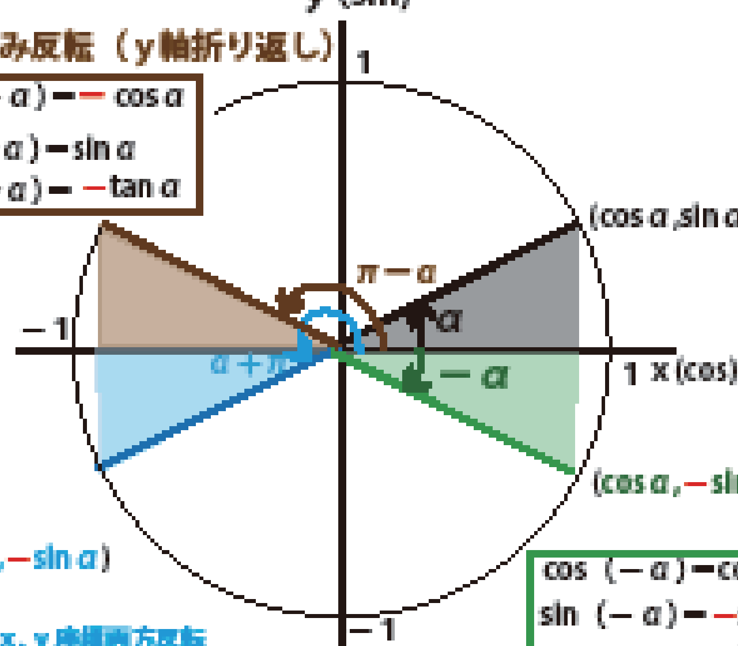
（tan（直線の傾き）は同じ直線なので同じ）

補足　「公式」$\pi-\alpha$ 系の取り扱いについて

5系列15公式でなく、3系列9公式に絞って、$\pi-\alpha$ 系は $\pi+(-\alpha)$ と考え、$\alpha+\frac{\pi}{2}$ は $\frac{\pi}{2}-(-\alpha)$ と考え、3系列9公式に合流させて解くように勧めたのは、おさえる公式を減らして混同を防ぎ、確実に使えるほうがよいと考えたからです。
$\pi-\alpha$ は y 軸折り返し（x 座標のみ反転）で $-\alpha$ の x 軸折り返し（y 座標のみ反転）との ± 混同を避けるために除外しましたが、$-\alpha$ の場合と混同することなく使うことが自信のある方は使っていただいても構いません。
とくに $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$ はわかりやすいので場合によってはこれのみ使うという部分的な使い方もＯＫです。

x 座標のみ反転（y 軸折り返し）

$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$
$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$
$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha$



y 座標のみ反転（x 軸折り返し）

$\cos(-\alpha)=\cos\alpha$
$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$
$\tan(-\alpha)=\dfrac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)}=-\tan\alpha$
（tan（直線の傾き）は反転して－）

x, y 座標両方反転

$\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$
$\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$
$\tan(\alpha+\pi)=\dfrac{\sin(\alpha+\pi)}{\cos(\alpha+\pi)}=\tan\alpha$
（tan（直線の傾き）は同じ直線なので同じ）

$\pm\pi$、$\pm\dfrac{\pi}{2}$ 以外の　$\pm n\pi$、$\pm\dfrac{\pi}{2}$の場合も$a+2n\pi$と転換３系列公式を複数回使えば求められます。

★$a+\dfrac{3}{2}\pi$、$\dfrac{3}{2}\pi-a$の場合

$$a+\frac{3}{2}\pi=a+2\pi-\frac{\pi}{2}\rightarrow a-\frac{\pi}{2}\xrightarrow{-●\text{の転換公式}}\frac{\pi}{2}-a\xrightarrow{\frac{\pi}{2}-a\text{の転換公式}}a$$

$$\frac{3}{2}\pi-a=\pi+\frac{\pi}{2}-a\xrightarrow{\pi+●\text{の転換公式}}\frac{\pi}{2}-a\xrightarrow{\frac{\pi}{2}-a\text{の転換公式}}a$$

★$a+3\pi$、$3\pi-a$の場合

$$a+3\pi=a+\pi+2\pi\rightarrow a+\pi\xrightarrow{a+\pi\text{の転換公式}}a$$

$$3\pi-a=2\pi+\pi-a\rightarrow\pi-a=\pi+(-a)\xrightarrow{\pi+●\text{の転換公式}}-a\xrightarrow{-a\text{の転換公式}}a$$

$\pm\dfrac{n}{3}\pi$　$\pm\dfrac{n}{4}\pi$　$\pm\dfrac{n}{6}\pi$ の場合は加法定理で求めます。

★加法定理

シンコツ　コツシン

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

コツコツ　シンシン

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

今、席の上に輪

和（輪）がある

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

いま積（席）の上に

$\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$ は上記との混同・混乱を避け

公式として覚えることは避け、$\alpha-\beta=\alpha+(-\beta)$

$\tan(-\beta)=-\tan\beta$ と考え、上記式に代入して導く。

２直線の交わる角度（θ）は、傾き（tan）の差なので

$y=ax+b$、$y=cx+d$ の場合、この一の式より $\tan\theta=\dfrac{a-c}{1+ac}$

★２倍角の公式（上記βをαに置き換えて）

$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

日光にお参り

$=\cos^2\alpha-(1-\cos^2\alpha)=2\cos^2-1$

いまに死にそう

$=(1-\sin^2\alpha)-\sin^2\alpha\quad=1-2\sin^2\alpha$

$\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

これは公式として覚えることは避け
上記式（今席の上に輪）に
代入して考えても
頭の中ですぐに出せるので大丈夫

★半角の公式

骨盤（こツ 半）を一度は（和）こわす荷物（に物）

$\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

$\Updownarrow$ ± 逆

$\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

日光にお参りから変形
$2\cos^2\alpha-1=\cos2\alpha$

$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$

いまに死にそうから変形
$1-2\sin^2\alpha=\cos2\alpha$
$-1+2\sin^2\alpha=-\cos2\alpha$

$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

三倍角の公式　(ギターを)

ミサで弾くよ、神父さん

助詞で省いても文が成り立ってしまうが省かないように注意

$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\downarrow\uparrow$ ± 逆

$\cos 3\alpha = -3\cos\alpha + 4\cos^3\alpha$

アンリ・ホイスゴムス神父
＠カトリック新潟教会

三倍角の公式は、テストの時、2倍角の公式から組み立てろと言われる。が以下のように時間がかかるし、間違えやすいので、上記のようにおさえたほうが楽

$$
\begin{aligned}
\sin 3\alpha = \sin(2\alpha + \alpha) &= \sin 2\alpha\cos\alpha + \cos 2\alpha\sin\alpha \\
&= 2\sin\alpha\cos\alpha\cos\alpha + (1 - 2\sin^2\alpha)\sin\alpha \\
&= 2\sin\alpha(1 - \sin^2\alpha) + \sin\alpha - 2\sin^3\alpha \\
&= 2\sin\alpha - 2\sin^3\alpha + \sin\alpha - 2\sin^3\alpha \\
&= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\cos 3\alpha = \cos(2\alpha + \alpha) &= \cos 2\alpha\cos\alpha - \sin 2\alpha\sin\alpha \\
&= (2\cos^2\alpha - 1)\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha\sin\alpha \\
&= 2\cos^3\alpha - \cos\alpha - 2\cos\alpha(1 - \cos^2\alpha) \\
&= -\cos\alpha + 2\cos^3\alpha - 2\cos\alpha + 2\cos^3\alpha \\
&= -3\cos\alpha + 4\cos^3\alpha
\end{aligned}
$$

和と積の公式８つ

1、アルファベット順（A→B、$\alpha\to\beta$）に出てくる。

2、式内では和（A＋B、$\alpha+\beta$）→差（A－B、$\alpha-\beta$）の順に出てくる。

3、$\alpha+\beta=A$、$\alpha-\beta=B$と置くと、$\alpha=\dfrac{A+B}{2}$、$\beta=\dfrac{A-B}{2}$となり、左式から右式を導くことができる。ここにおいても1、2の順序性は守られている。

積→和	和→積
$\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$	$\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$
$\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$	$\sin A-\sin B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$
$\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$	$\cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$
$\sin\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$	$\cos A-\cos B=-2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

実は「和→積の公式」においてはsin→cos、和→差の順序になっており
それと相互変換しうる「積→和の公式」も、この順に並べたのだが、
教科書の説明は上記のとおり「積→和の公式」から説明するため、
この公式の積部分の順序は「でたらめ」であり、理解しにくいし
試験の時に思い出して使うのも、この順序で把握しようとすると困難である。

三角関数、和⇔積の公式8つをテストの時、使えるためのおさえ方

8公式の共通特徴
1、アルファベット順（A→B、$\alpha\to\beta$）に出てくる。
2、式内では、必ず、和（A＋B、$\alpha+\beta$）→差（A－B、$\alpha-\beta$）の順に出てくる。

1、まず、和→積の公式からおさえる。
左辺が coaA＋cosB、cosA－cosB
sinA＋sinB、sinA－sinB となるので
シンプルでイメージしやすい。
中学の公式 $\underset{和}{(a+b)}\underset{差}{(a-b)}=a^2-b^2$ は、なので
「和と差の積は二乗の差」
と表現される。同様に
和→積の公式も表現してみよう。

①$\cos A+\cos B=\ 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\left(\cos の和=2\times\cos\frac{和}{2}\cos\frac{差}{2}\right)$

②$\cos A-\cos B=-2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

$\left(\cos の差=-2\times\sin\frac{和}{2}\sin\frac{差}{2}\right)$

③$\sin A+\sin B=\ 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\left(\sin の和=2\times\sin\frac{和}{2}\cos\frac{差}{2}\right)$

④$\sin A-\sin B=\ 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

$\left(\sin の差=2\times\cos\frac{和}{2}\sin\frac{差}{2}\right)$

2、和→積の公式の共通部分（青）を印象づける。

左辺
cos どうしの和か差
sin どうしの和か差
（順番は A、B）

＝ $2\times\boxed{}\frac{和}{2}\boxed{}\frac{差}{2}$

↑ 前に－が着くこともある。
↑ cos か sin　$\frac{A+B}{2}$
↑ cos か sin　$\frac{A-B}{2}$

3、2の原則を理解した上で、以下のように
4公式をおさえる。cos は C、sin は S とのみ表記

①C＋C→2CC
（頭の中ではCCCCとおさえておく）
②C－C（差）は①（和）から転換して作る
C－C→－2SS（±、文字（SC）とも全転換）

③S＋S→2SC
（頭の中でSSSC（スリーSC）とおさえておく）

④S－S（差）は③（和）から転換して作る。
S－S→2CS（文字の順序のみ逆転）

三角関数、和→積の公式４つを使う問題がテストで出題された場合

0　頭の中で理解しておく原理

・和⇔積の公式ではアルファベット順（A→B、$\alpha\to\beta$）に出てくる。

・式内では、必ず、和（A＋B、$\alpha+\beta$）差（A－B、$\alpha-\beta$）の順に出てくる。

・$\boxed{}A\pm\boxed{}B\to\pm2\boxed{}\frac{A+B}{2}\boxed{}\frac{A-B}{2}$ という基本形

・ＣＣＣＣ（４Ｃ）、ＳＳＳＣ（３ＳＣ）

・Ｃ－Ｃでは ± 文字とも全転換

・Ｓ－Ｓでは文字順のみ逆転

1　和⇔積の問題が出題された時の余白（第一段階）

①Ｃ＋Ｃ→２ＣＣ

③Ｓ＋Ｓ→２ＳＣ

2、余白（第二段階）

①Ｃ＋Ｃ→２ＣＣ
②Ｃ－Ｃ→－２ＳＳ
③Ｓ＋Ｓ→２ＳＣ
④Ｓ－Ｓ→２CS

3、２の略号式尾のまま頭の中でが理解でき、問題を使えればそれが一番時間短縮になる。ただ、頭の中の処理に自信がない時は余白の４公式の中で実際に使う公式だけは正式な公式に直して余白に書く。

①$\cos A+\cos B=\ 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

②$\cos A-\cos B=-2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

③$\sin A+\sin B=\ 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

④$\sin A-\sin B=\ 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

4、余白の略号公式、あるいは書きなおした公式をよく確認しながら、問題文の値を入れて解く。
$\frac{A+B}{2}$ $\frac{A-B}{2}$ が有名角（$\frac{n\pi}{6}$ や $\frac{n\pi}{4}$）になることで

解けるという流れの問題が多い。

三角関数、積→和の公式４つを使う問題がテストで出題された場合

5、「和→積」だけで解ける場合には、
　４までの４公式でよいが、「積→和」を使う場合は「和→積」の４公式から、「積→和」の４公式を組み立て、余白に書く。

①$\cos A+\cos B=\quad 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

②$\cos A-\cos B=-2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

③$\sin A+\sin B=\quad 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$

④$\sin A-\sin B=\quad 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$

で　$\frac{A+B}{2}=\alpha$　$\frac{A-B}{2}=\beta$ と置くと
$A=\alpha+\beta$、$B=\alpha-\beta$ なので
４公式は左右を逆転させて以下のようになる。

⑤（①の逆転）
$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$

⑥（②の逆転）
$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}\cos(\alpha+\beta)+\frac{1}{2}\cos(\alpha-\beta)$

⑦（③の逆転）
$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$

⑧（④の逆転）
$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$

（⑥は教科書等では $-\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$
としているが、実際には最後に｛　｝内を展開して計算するので
最初から展開した式としておさえたほうがよい。）

略号のまま逆転表記すると

①C＋C→２ＣＣ　　⑤ＣＣ＝$\frac{1}{2}$(Ｃ＋Ｃ)

②C－C→－２ＳＳ　　⑥ＳＳ＝$-\frac{1}{2}$Ｃ＋$\frac{1}{2}$Ｃ

③S＋S→２ＳＣ　　⑦ＳＣ＝$\frac{1}{2}$(Ｓ＋Ｓ)

④S－S→２ＣＳ　　⑧ＣＳ＝$\frac{1}{2}$(Ｓ－Ｓ)

（略号のまま頭の中で処理できるならば、
逆転表記しなくても①②③④のまま右から左に
式を考えれば、⑤⑥⑦⑧は出るので余白の表記は
①②③④のみでよい。（自信のない場合は
左記下のように正式な公式に直して書く）

注　和→積、積→和の公式での $\frac{}{2}$ の位置の差

和→積の公式
①$\cos A+\cos B=\quad 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$
cos,sin の中

積→和の公式
⑤$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$
cos,sin の外（全体の外）

外か中のどちらかに $\frac{}{2}$ があり、両方にあったり
両方になかったりすることはないと考えておけばよい。